

# Метод определения координат мобильных абонентов в RTLS

**В статье приводится описание алгоритма решения навигационной задачи для локальных систем позиционирования реального времени (Real-time Locating Systems, RTLS), основанного на распространенном алгоритме псевдодальностей. Приведены результаты имитационного моделирования для простейшей конфигурации системы.**

**Владимир Махонин**  
vladimir.makhonin@gmail.com

**Валерий Чудников**  
chudnikov@bmstu.ru

**Илья Рудаков**  
herrjohan@gmail.com

**В** настоящее время значительное количество мобильных технических систем имеют в своем составе различные системы позиционирования. Как правило, это приемники сигналов глобальных спутниковых навигационных систем ГЛОНАСС/GPS. Однако в условиях затруднений приема сигналов либо в случае их полного отсутствия система теряет часть своего функционала. Поэтому для таких условий (промышленные объекты большой протяженности, карьеры, шахты, местность со сложным рельефом и т. д.) необходимы альтернативные методы позиционирования для определения координат мобильных объектов. Альтернативой может стать разворачиваемая локальная радионавигационная система малого радиуса действия, работающая в режиме реального времени (RTLS). Такая навигационная система обычно состоит из стационарных объектов с известными координатами — якорей (маяков) и мобильных объектов, координаты которых неизвестны (меток).

Для вычисления текущего местоположения метки чаще всего используется метод, основанный на измерении дальности от метки до якорей. Некоторые технологии оценивают дальность по мощности принимаемого сигнала. В этом случае и якоря, и метки могут оснащаться Bluetooth либо Wi-Fi-приемопередатчиком. Этот подход удобен, когда в качестве меток выступают различные абонентские устройства: смартфоны, планшеты и т. д. С другой стороны, такие компании, как Nanotron, Time Domain и Decawave, позволяют разработчикам построить RTLS на базе интегральных приемопередатчиков либо модулей-микросборок и используют метод, основанный на измерении времени прохождения сигнала от передатчика к приемнику (Time of Arrival, TOA).

За рамками данной статьи остается еще один распространенный разностно-дальномерный метод (TDOA, MLAT, мультилатерация) ввиду аппаратной сложности его реализации. Однако рассмотренный ниже алгоритм может быть расширен и для подобного случая.

Входными данными алгоритма, вычисляющего положение мобильной метки в пространстве, являются измеренные (оцененные) дальности до якорей. Для решения подобной навигационной задачи можно использовать метод псевдодальностей, подобный тому, что используется в приемниках глобальных спутниковых навигационных систем.

Геометрическое расстояние  $r_j^i$  от метки с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  до  $j$ -го якоря  $(x^j, y^j, z^j)$  в прямоугольной локальной системе координат вычисляется как

$$r_0^j = \sqrt{(x^j - x_0)^2 + (y^j - y_0)^2 + (z^j - z_0)^2}. \quad (1)$$

На практике дальность от метки до якоря измеряется с некой погрешностью, поэтому положение метки можно записать через ее истинные координаты и смещение

$$x_i = x_0 + \Delta x_i, \quad y_i = y_0 + \Delta y_i, \quad z_i = z_0 + \Delta z_i, \quad (2)$$

т. е. в общем случае в момент времени  $t_i$  расстояние от метки с координатами  $(x_0, y_0, z_0)$  до  $j$ -го якоря:

$$\begin{aligned} r_i^j &= f(x_i, y_i, z_i) = \\ &= f(x_0 + \Delta x_i, y_0 + \Delta y_i, z_0 + \Delta z_i). \end{aligned} \quad (3)$$

Для решения навигационной задачи в численном виде уравнение (3) необходимо привести

к линейному виду посредством разложения его в ряд Тейлора до производной первого порядка:

$$r_i^j = f(x_0 + \Delta x_i, y_0 + \Delta y_i, z_0 + \Delta z_i) = f(x_0, y_0, z_0) + \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial x_0} \Delta x_i + \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial y_0} \Delta y_i + \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial z_0} \Delta z_i. \quad (4)$$

Частные производные будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial x_0} &= -\frac{x^j - x_0}{r_0^j}, \\ \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial y_0} &= -\frac{y^j - y_0}{r_0^j}, \\ \frac{\partial f(x_0, y_0, z_0)}{\partial z_0} &= -\frac{z^j - z_0}{r_0^j}. \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда дальность до каждого якоря с известными координатами  $(x^j, y^j, z^j)$  в поле зрения метки с искомыми координатами записывается через ее некое начальное положение  $(x_0, y_0, z_0)$  и смещение  $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$  относительно начального положения:

$$R^j = r_0^j - \frac{x^j - x_0}{r_0^j} \Delta x_i - \frac{y^j - y_0}{r_0^j} \Delta y_i - \frac{z^j - z_0}{r_0^j} \Delta z_i. \quad (6)$$

В качестве начального положения в этом случае могут выступать либо предполагаемые координаты метки в первой итерации работы алгоритма позиционирования, либо координаты, вычисленные в предыдущей итерации.

Преобразуем выражение (6) к более компактному виду:

$$l^j = R^j - r_0^j = a_{x_i}^j \Delta x_i + a_{y_i}^j \Delta y_i + a_{z_i}^j \Delta z_i. \quad (7)$$

Записывая уравнение (7) для всех якорей в поле зрения метки в данный момент, получим:

$$\begin{bmatrix} l^1 \\ l^2 \\ \dots \\ l^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{x_i}^1 & a_{y_i}^1 & a_{z_i}^1 \\ a_{x_i}^2 & a_{y_i}^2 & a_{z_i}^2 \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{x_i}^j & a_{y_i}^j & a_{z_i}^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \\ \Delta z_i \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Или в векторно-матричном виде:

$$\vec{L} = A \vec{X}. \quad (9)$$

В левой части данного уравнения — вектор  $\vec{L}$ , состоящий из набора разниц между измеренными дальностями до каждого якоря  $R_j$  и посчитанными дальностями относительно начального положения метки  $r_0^j$ . В правой части:  $A$  — матрица частных производных, и  $\vec{X}$  — искомый вектор смещения относительно начальных координат метки  $(x_0, y_0, z_0)$ .

Очевидно, что для решения системы уравнений (8) необходимо как минимум три измеренных расстояния до трех якорей с известными координатами. Зачастую в поле радиовидимости метки попадает большее количество якорей, и тогда система уравнений становится переопределенной. В таком случае наиболее простым решением является использование метода наименьших квадратов, согласно которому решение матричного уравнения (9) принимает следующий вид:

$$\vec{X} = (A^T A)^{-1} A^T \vec{L}.$$

Наконец, положение метки в данный момент времени вычисляется по формулам (2).

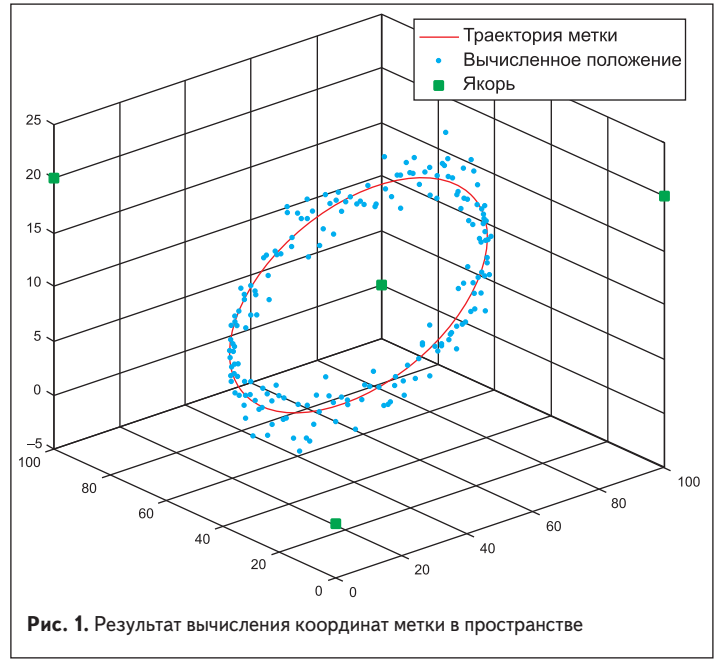


Рис. 1. Результат вычисления координат метки в пространстве

Так называемые факторы снижения точности (DOP factors) находятся из ковариационной матрицы:

$$\Sigma = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy}^2 & \sigma_{xz}^2 \\ \sigma_{yx}^2 & \sigma_y^2 & \sigma_{yz}^2 \\ \sigma_{zx}^2 & \sigma_{zy}^2 & \sigma_z^2 \end{bmatrix},$$

которая в случае независимых некоррелированных величин будет диагональной.

$HDOP = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}$  — снижение точности в горизонтальной плоскости.

$VDOP = \sigma_z$  — снижение точности в вертикальной плоскости.

$PDOP = \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)}$  — общее снижение точности по местоположению.

На рис. 1–3 показаны результаты моделирования алгоритма для случая движения метки по замкнутой круговой траектории в пространстве и четырех якорей. Всего используются 200 измерений дальностей, СКО измерения дальности — 1 м.

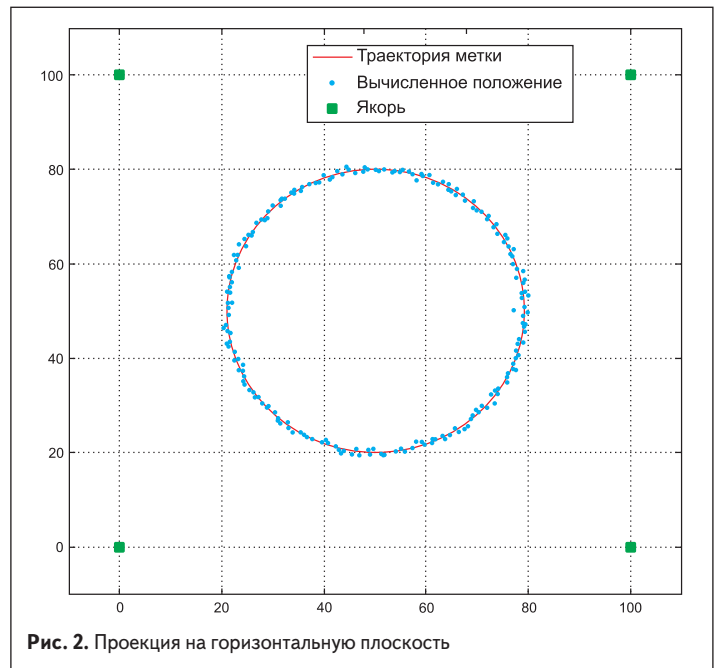


Рис. 2. Проекция на горизонтальную плоскость

По рисункам видно, что точность позиционирования зависит от конфигурации расположения якорей в пространстве. Так, при равномерном распределении якорей в горизонтальной плоскости XY точность определения положения в ней будет выше, чем в вертикальной плоскости, при незначительном разное якорей по оси Z.

Рассмотренный алгоритм обладает невысокой вычислительной сложностью и может быть реализован в различных конфигурациях разворачиваемой локальной системы позиционирования: как при централизованном вычислении координат на сервере, так и в мобильных абонентских узлах на относительно недорогих микроконтроллерах, процессорах и т. п. ■

### Литература

1. N. Rahemi, M. R. Mosavi, A. A. Abedi, S. Mirzakuchaki. Accurate Solution of Navigation Equations in GPS Receivers for Very High Velocities Using Pseudorange Measurements. *Advances in Aerospace Engineering*. 2014. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/435891>.
2. C. A. Ogaja. *Applied GPS for Engineers and Project Managers*. ASCE Press. 2011.
3. B. Dewberry, M. Einhorn. *Indoor Aerial Vehicle Navigation Using UWB Active Two-Way Ranging*.
4. [http://nanotron.com/EN/CO\\_technology.php](http://nanotron.com/EN/CO_technology.php).
5. <https://www.decawave.com/technology>.

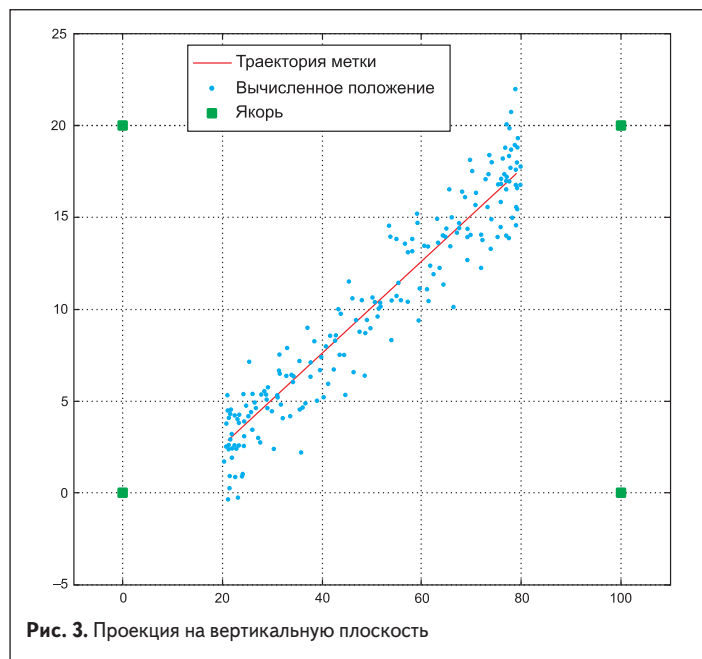


Рис. 3. Проекция на вертикальную плоскость